

C. Phillips

Обзор современной науки



DCS

Robotics

Механика

C. Phillips

2014

Глава 2

Релятивистская механика

Предисловие

§2.1 Пространство Минковского

Введем линейное 4-мерное пространство (t, x, y, z) с метрикой:

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

Метрический тензор будет выглядеть

$$g_{ij} = g^{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Это пространство называется *пространством-временем*, а вектора этого пространства называются *событиями*.

Рассмотрим двумерные вращения в этом пространстве, называемые *преобразованиями Лоренца*. Будем рассматривать вращения вокруг t и x . Поворот будет записываться как:

$$r'^i = T_j^i r^j$$

При этом необходимо, чтобы длина вектора сохранялась

$$g_{ij} r'^i r'^j = g_{ij} T_k^i T_l^j r^k r^l = g_{ij} r^i r^j$$

Следовательно, необходимо чтобы T_j^i имела единичный определитель

$$T_0^0 T_1^1 - T_1^0 T_0^1 = 1$$

Решениями этих уравнений являются гиперболические функции

$$T_j^i = \begin{pmatrix} \text{ch } \theta & \text{sh } \theta & 0 & 0 \\ \text{sh } \theta & \text{ch } \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$